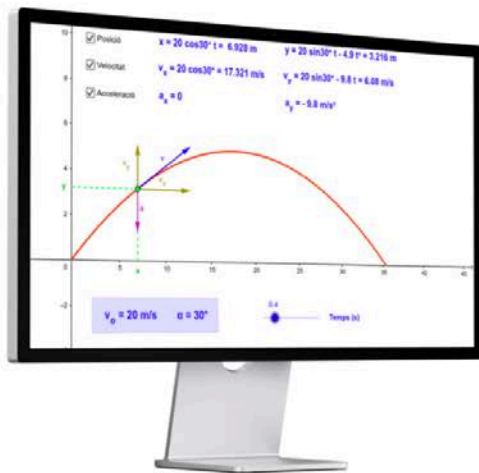
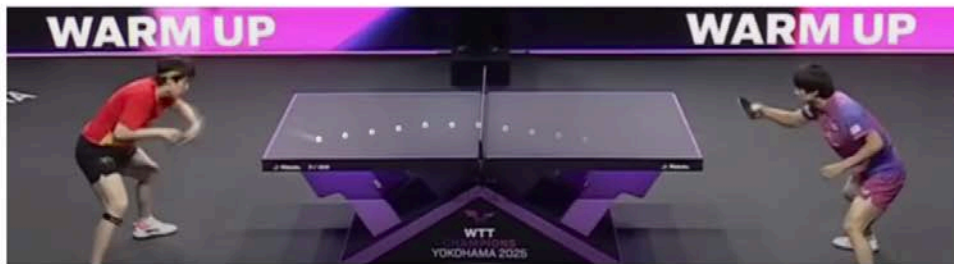


L'APLICACIÓ DE LA FÍSICA A TENNIS DE TAULA



Yuehan Zhou

2n Batxillerat Científic

Ana de la Torre

Institut Andreu Nin

El Vendrell

17/10/2025

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$$

$$D = \frac{1}{2} \rho S V^2 c_d$$

$$v_{fy} = v_0 \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t$$

$$y_n = y_{n-1} + hF(x_{n-1}, y_{n-1})$$

$$y = y_0 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$v_{fx} = v_0 \cdot \cos(\alpha)$$

ABSTRACT

Darrere de cada moviment en l'àmbit esportiu es troba una explicació científica, la qual pot ser emprada per a entendre les tècniques o perfeccionar-les. En aquesta recerca, vam dur a terme una anàlisi de les tècniques fonamentals del tennis de taula i hem comparat els resultats reals amb els teòrics.

Com a pregunta inicial, vaig plantejar la possibilitat d'emprar la física per elucidar el comportament de la pilota, i com a objectiu principal, determinar la millor manera per atacar i defensar.

Per realitzar-lo, he fet servir una màquina llença-pilotes per assegurar que les pilotes vinguin de la mateixa manera i he demanat ajuda al meu entrenador per colpejar les boles i fer-ne vídeos de les trajectòries.

Primer de tot, he fet una recerca d'informacions sobre diferents influències que poden modificar el comportament de la pilota en l'aire i les fórmules corresponents. Després, amb el Tracker, vaig analitzar els vídeos que havia fet prèviament amb l'entrenador, i vaig extreure els valors inicials per cada cas.

Amb aquests valors, vaig realitzar una sèrie de càlculs i amb els resultats obtinguts, vaig fer una anàlisi comparativa entre els diferents casos per determinar quina és la millor manera per atacar o defensar.

Finalment, gràcies a tot això, vaig poder identificar-la; per tant, l'objectiu principal del treball s'ha assolit. Tanmateix, també formava part del treball predir les posicions de la bola durant la trajectòria, per veure si la teoria coincideix o no amb la realitat. Malauradament, no es va poder assolir aquest objectiu per falta de material.

Behind each movement in the sports field is a scientific explanation, which can be used to understand the techniques or refine them. In this research, we have carried out an analysis of the fundamental techniques of table tennis, and we have compared the real results with the theorists.

As an initial question, I raised the possibility of using physics to elucidate the behavior of the ball, and as a main objective, to determine the best way to attack and defend.

To do it, I used a ball-throwing machine to ensure that the balls come in the same way, and I asked my coach for help to hit the balls and make videos of their trajectories.

First of all, I have done a search for information about different influences that could modify the behavior of the ball in the air and the corresponding formulas. Then, with the Tracker, I analysed the videos I had previously made with the coach, and extracted the initial values for each case.

With these values, I made a series of calculations, and with the results obtained, I made a comparative analysis between the different cases to determine which is the best way to attack or defend.

In the end, thanks to all this, I was able to identify it; therefore, the main aim of the work has been achieved. However, predicting the positions of the ball during the trajectory is also part of the work, to see if the theory coincides with reality or not. Unfortunately, this aim can not be achieved because of the lack of materials.

ÍNDEX

1. INTRODUCCIÓ.....	6
2. METODOLOGIA.....	8
3. PART TEÒRICA.....	9
3.1 Tennis de taula.....	9
3.1.1 Orígens.....	9
3.1.2 Estratègies del joc.....	10
3.1.3 Tècniques del joc.....	12
3.2 Teoria de la física.....	14
3.2.1 Moviment Rectilini Uniforme (MRU).....	14
3.2.2 Moviment Rectilini Uniformement Accelerat (MRUA).....	14
3.2.3 Tir parabòlic.....	15
3.2.4 Força de fricció.....	16
3.2.5 Efecte Magnus.....	17
4. PART EXPERIMENTAL.....	19
4.1 Tracker.....	19
4.2 Mètode d'Euler.....	19
4.3 Càlculs numèrics.....	21
4.4 PLA o sense efecte.....	23
4.5 EFECTE LIFTAT o topspin.....	76
4.6 BLOQUEIG.....	113
5. RESULTATS I COMPARACIÓ.....	155
5.1. Cas real:.....	155
5.1.1 Pla o sense efecte.....	155
5.1.2. Topspin o efecte liftat.....	157
5.1.3. Bloqueig.....	158
5.2. Cas teòric:.....	160
5.2.1 Pla o sense efecte.....	160
5.2.2 Topspin o efecte liftat.....	162

5.2.3 Bloqueig.....	163
5.3 Comparativa entre el cas real i el cas teòric.....	165
5.3.1 Pla o sense efecte.....	165
5.3.2 Topspin o efecte liftat.....	165
5.3.3 Bloqueig.....	166
6. CONCLUSIONS.....	167
7. PROPOSTES DE MILLORA.....	170
8. AGRAÏMENTS.....	171
9. BIBLIOGRAFIA.....	172
9.1 Fonts de consulta.....	172
9.2 Fonts d'imatges i figures.....	172
ANNEX 1.....	174
ANNEX 2.....	179
ANNEX 3.....	180

1. INTRODUCCIÓ

Quan el meu entrenador de tennis de taula ens explica com s'ha d'atacar i defensar, sempre ens donava instruccions de com fer-lo, però mai ens explica per què cal fer-lo així, i això fa que em costa més de millorar, ja que no sé com funciona i no puc aplicar-lo amb naturalesa.

Per això, sempre penso sobre la física que hi ha darrere de tots aquests efectes i trajectòries de les pilotes, perquè per mi és molt més fàcil d'entendre'ls sabent com funcionen. Per tant, em vaig plantejar les següents preguntes:

1. Es pot explicar de forma raonada les tècniques de tennis de taula amb física?

2. Quina és la posició i la força òptimes per tornar les boles?

3. Es pot utilitzar física per predir les posicions de la pilota durant la trajectòria en la realitat?

Per resoldre la primera pregunta, hem de fer recerca d'informació sobre com es mou les pilotes i fórmules físiques que resolen el seu comportament en l'aire.

Per la segona pregunta, haurem de fer vídeos per casos diferents i trobar quina és la millora manera de tornar les boles.

I per resoldre la tercera, farem una comparació entre els resultats teòrics que hem obtingut amb els càlculs i els resultats reals que hem obtingut amb els vídeos.

Però abans, hem de fer unes hipòtesis per les preguntes:

1. Potser amb recerca, es pot trobar informació que expliqués com es calcula el comportament de la pilota en l'aire.

2. Potser si per atacar colpejo la pilota amb més força i amb un angle més agut, les boles tornen de la millor manera.

3. Potser si per defensar poso la pala amb un angle més agut com més ràpid ve la bola, millor serà la tornada.

4. Potser si aplico la teoria física i les fórmules corresponents, puc predir les posicions de la bola.

Tot i que sembla senzill, tenim un problema greu: els humans no podem donar cops sempre de la mateixa manera, per tant, canviarien els valors inicials.

Un mètode que hem adoptat per resoldre-ho és deixar un franja de valors. És a dir, no precisem en un valor, sinó que serà un recull de resultats que provenen de diferents valors inicials d'una mateixa franja i fer la mitjana aritmètica dels resultats i obtenir una aproximació.

2. METODOLOGIA

Per posar en marxa el treball, hem pensat a utilitzar una màquina llença-pilotes per a què les boles poden venir totes de la mateixa manera i al mateix lloc. I per donar els cops, vam decidir que els faci l'entrenador perquè és professional i sap controlar millor la força i el lloc on cau la pilota.

Després de fer els vídeos, hem adaptat el programari Tracker per analitzar la trajectòria i obtenir els valors inicials. I després utilitzar el Google Docs i Excel per recollir els valors, fer els càlculs i recull de resultats finals.

3. PART TEÒRICA

3.1 Tennis de taula

3.1.1 Orígens^[1]

El tennis de taula no té un origen clar i precís. Es diu que va aparèixer al voltant de la dècada del 1870 a Anglaterra. Era un dia que no podien jugar a tennis, llavors van inventar una mena de tennis en miniatura, utilitzant una taula de billar.

En 1891, un senyor que es deia James Gibb va fer servir una taula de fusta que la va dividir en dos, separant els dos camps amb una xarxa, actualment les taules també estan fetes de fusta però amb més qualitat, que permet millor rebot. Les pilotes eren de goma, però després es va canviar a una de cel·luloide. A aquest joc nou el va anomenar “ping-pong” en Wiames Gibb, però per problemes comercials, el van deixar com a “tennis de taula”.

En 1901, es va celebrar el primer torneig de tennis de taula a Anglaterra, i des de llavors, es va expandir la popularitat per altres països d'Europa occidental i central.

En 1926 es va constituir la Federació Internacional de Tennis de Taula (ITTF) a Londres, qui s'encarregava d'organitzar els primers campionats mundials. Però encara no ha guanyat la fama mundial fins que l'any 1952, l'any en què va participar jugadors japonesos, i des d'aleshores es va començar una nova època de tennis de taula amb la incorporació de noves tècniques i materials.

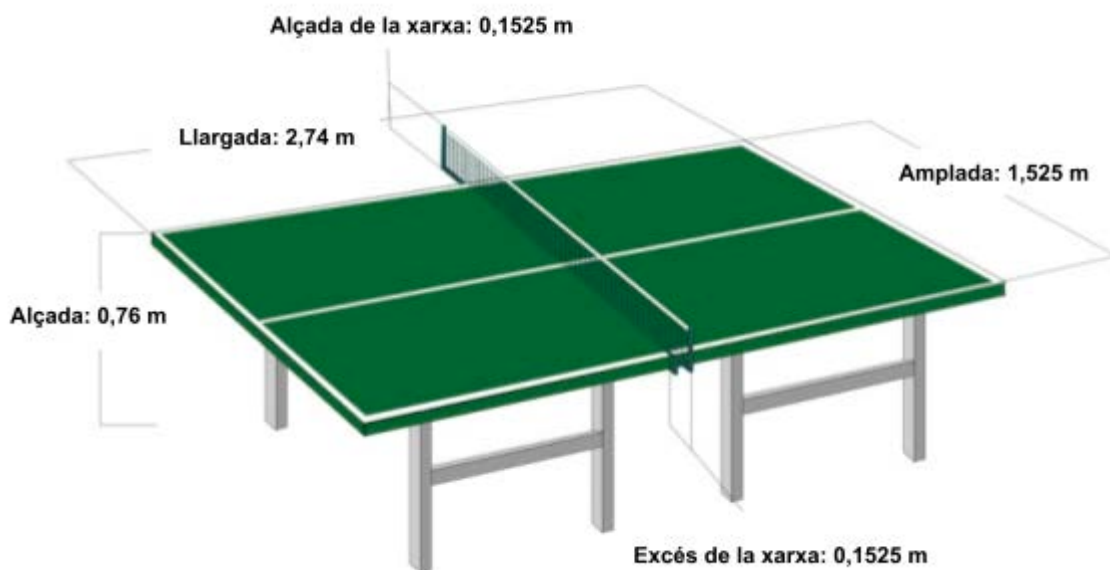
En 1977, el Comitè Olímpic Internacional (COI) va reconèixer el tennis de taula com a esport olímpic, i va aparèixer per primer cop en els Jocs Olímpics de Seül, l'any 1988.



Imatge 1: Taula de tennis de taula actual.

3.1.2 Estratègies del joc

Abans de començar a conèixer les estratègies, hem de saber les dimensions del camp. La llargada de la taula és de 2,74 m (1,37 m per cada camp), l'amplada és d'1,525 m, l'alçada respecte a la terra és de 0,76 m, l'alçada de la xarxa és de 0,1525 m, i l'excés de la xarxa que sobresurt de la taula també és de 0,1525 m. ^[1]



Imatge 2: Dimensions de la taula

Ara que ja sabem les dimensions del camp de joc, ja hem de saber què s'ha de fer per jugar bé.

El més important de tot, és l'alçada de la bola quan es troba damunt de la xarxa, és a dir, als 1,37 m. Per fer la màxima molèstia per al contrari és tornar una bola a una alçada més baixa possible, sense xocar contra la xarxa. És a dir, entre els 16 cm i 18 cm.

Això no vol dir que si se sobrepassa d'aquesta franja és una bola dolent, en canvi, moltes vegades la pilota es troba més alta. L'objectiu final és dificultar al contrari la retornada de la bola, i fer-li aixecar la bola, ja que les boles altes són molt més fàcils per atacar.

Però per fer un bon joc, no només és necessari l'altura de la bola, sinó també els efectes. És molt important combinar diferents efectes en un joc, perquè això fa que les teves boles siguin molt més difícils de retornar.

Una altra estratègia és el canvi de la velocitat. No farà el mateix mal una bola que porta una velocitat de 17 m/s que una que només porta 10 m/s. Però no sempre és bo atacar a una mateixa velocitat, de tant en tant, abaixar-la també pot causar dificultats la retornada.

Algunes vegades també és imprescindible controlar l'abast màxim i la posició que cau la bola, ja que això també ens és ideal per molestar al contrari i crear una situació òptima per nosaltres per atacar.

Per l'últim, s'ha de tenir molt en compte que la posició on impacta la bola també influeix el seu moviment, i algunes vegades pot causar conseqüències totalment diferents com l'alçada.

3.1.3 Tècniques del joc

A tennis de taula hi ha moltes tècniques de joc, algunes són simples i altres són combinacions de diferents tècniques i efectes. Però només explicarem els més comuns.

La picada és una acció ofensiva que consisteix a colpejar la pilota amb molta força, fent que assoleixi una velocitat molt alta. Aquesta acció no té cap efecte, també anomenat pla.

Aquesta acció s'utilitza sobretot quan la pilota es troba en una posició molt alta, i intenta enviar-la lluny de la taula, fent que l'oponent s'hagi de desplaçar per poder agafar-la i obligant-lo a defensar-se.

El topspin és una acció ofensiva que consisteix a rascar la pilota per la part superior, i aconseguir fer girar la bola cap endavant, obtenint així un efecte liftat accentuat.

L'efecte liftat és aquella que la bola porta un gir cap endavant, i quan es troba a una superfície, fa que la pilota s'accelera i augmenta la seva velocitat. Quan una bola que porta aquest efecte entra en contacte amb la pala, sortirà disparat cap amunt per la velocitat que porta. Per tornar-la bé, s'ha de tancar la pala, és a dir, ficar la pala amb un angle més petit; si la pala està molt oberta, la pilota assolirà una alçada molt alta.

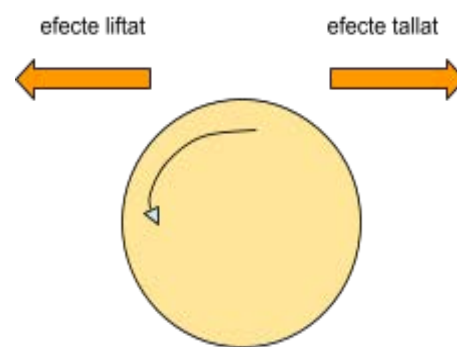
El cop tallat és una acció generalment defensiva que consisteix a rascar la part inferior de la pilota amb la cara de pala que apunta cap amunt, aconseguint així un gir oposat que el liftat, l'efecte tallat.

L'efecte tallat és aquell que la direcció del gir és oposat al moviment. Quan es troba amb una superfície, frena la pilota; si l'efecte és molt accentuat, farà que la bola es queda en el mateix lloc botant, o que canviï de direcció i torna al nostre camp. Aquest efecte té resultats totalment oposats que el liftat. Quan la pala entra en contacte amb la bola, no surt disparat cap amunt, sinó que cau cap avall.

El servei és l'acció que indica l'inici d'un punt, que pot portar diferents efectes. Consisteix a intentar crear una situació òptima per atacar. En partits professionals, utilitzen molt l'efecte lateral.

Com indica el mateix nom, aquest efecte fa que la bola se'n vagi cap a un costat. Hi ha dos tipus, lateral esquerre i lateral dret. Consisteix a rascar la bola per la part lateral, fent que tingui un gir lateral. Quan entra en contacte amb la pala, la pilota surt disparat cap a un costat, i caurà fora de la taula.

Per l'últim està el bloqueig. És una acció defensiva que consisteix a defensar l'atac de l'oponent, retornar-li la bola. En aquest cas, la pala no es mou o només un gest suau, i la bola torna amb la mateixa velocitat que portava. Pot portar una mica d'efecte tallat si la bola tenia efecte liftat.



Font: Elaboració Pròpia

Això és causada perquè quan la pilota torna, el seu gir no canvia, però sí la seva direcció; aquest canvi de direcció també suposa un canvi d'efecte. Si recordem les definicions de l'efecte liftat i tallat, podem veure que només es diferencien en la direcció.

3.2 Teoria de la física

3.2.1 Moviment Rectilini Uniforme (MRU)

En física cinètica, és un moviment en què la velocitat de l'objecte és constant, amb una trajectòria rectilínia. Només n'hi ha dues equacions:

Equació 1:
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Equació 2:
$$x = x_o + v \cdot \Delta t$$

3.2.2 Moviment Rectilini Uniformement Accelerat (MRUA)

Aquest és un moviment rectilini en el qual l'acceleració és constant, però la velocitat canvia en funció del temps. Tenim les següents equacions:

Equació 3:
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Equació 4:
$$v = v_o + a \cdot \Delta t$$

Equació 5:
$$x = x_o + v_o \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2$$

Dins del MRUA, també hi ha una situació en la qual el moviment és sota l'acció de la gravetat. També és un moviment rectilini, però en compte de ser horitzontal, és vertical. Per tant, en lloc de la x , serà y . Com que la gravetat és cap avall, sempre serà negativa.

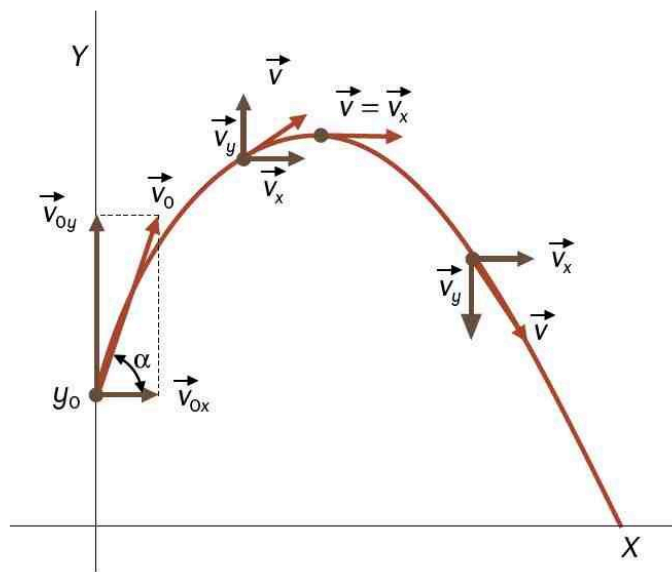
Equació 6:
$$v = v_o - g \cdot \Delta t$$

Equació 7:
$$y = y_o + v_o \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t^2$$

3.2.3 Tir parabòlic

El tir parabòlic és un moviment bidimensional, és a dir, té alçada i abast. Per tant, combina tant el MRU com MRUA; concretament, és MRUA sota l'acció de la gravetat.

Com podem veure a la imatge 3, la velocitat està descomposta en v_x i v_y . A l'eix x és MRU, i per tant, la velocitat és constant; i a l'eix y és MRUA, amb l'acció de la gravetat.



Imatge 3: Vectors de les velocitats en diferents punts d'una paràbola

És essencial entendre aquest moviment, perquè la trajectòria que tindrem serà parabòlic, i haurem de calcular l'abast màxim i l'alçada en un moment determinat.

Les equacions que farem servir seran les de MRU i MRUA sota l'acció de la gravetat.

3.2.4 Força de fricció

La força de fricció o fregament és la força que hi ha entre dues superfícies quan estan en contacte. Té la direcció paral·lela i sentit oposat al moviment, per tant, sempre tindrà el valor en negatiu, i es calcula de la següent manera:

Equació 8:
$$F_f = \mu \cdot N$$

on:

- μ és el coeficient de fricció
- N és la força normal, en N

En el cas del nostre experiment, la força de fricció més important és la resistència de l'aire, ja que afecta les posicions de x i y . Com que està en un fluid, ja no es calcula amb l'equació anterior, pel fet que l'objecte està envoltat pel fluid i no hi ha força normal. Per això, es calcula amb la següent fórmula:

Equació 9:
$$F_D = \frac{1}{2} \rho C_D A v^2$$

on:

- F_D és la força de resistència, en N
- ρ és la densitat del fluid, en kg/m^3
- C_D és el coeficient de resistència (depèn de la forma i superfície de l'objecte)
- A és l'àrea frontal de l'objecte, en m^2
- v és la velocitat, en m/s

Aplicant aquest teorema a una pilota amb rotació i en moviment és una mica complex. Imaginem una situació en la qual una bola es mou amb efecte liftat, l'aire es mou en sentit oposat, en la part superior la bola gira en el mateix sentit que el moviment i per la part inferior gira en sentit contrari. Per damunt, la pilota es mou en el sentit oposat a l'aire, per tant, la velocitat resultant es redueix. Per avall, la pilota es mou en el mateix sentit que l'aire, la velocitat resultant augmenta.

Tornem al teorema de Bernoulli, sabem que com més velocitat, menys pressió. En conseqüència, on hi ha més pressió exercirà una força cap a on hi ha menys pressió. Tornem a la situació de la pilota. Per la part superior hi ha més pressió, de manera que exercirà una força cap avall, que farà que la bola caigui abans a la taula.

L'altre concepte per completar l'efecte Magnus és la distorsió de les capes d'aire a les proximitats de la superfície de la pilota. Quan la pilota no té cap efecte, les capes són simètriques.

Però quan se li aplica efecte liftat, per la part superior les capes tendeixen a "arrugar-se" i per la part inferior tendeixen a "estirar-se". Això provoca una variació en el moment cinètic, que per complir amb la llei de la conservació de la quantitat de moviment ha de ser compensada per una variació de la mateixa magnitud però amb sentit oposat al moment de la pilota. I aquesta variació té la mateixa direcció i sentit que la força de Bernoulli.

D'aquesta manera, amb aquests dos conceptes, es va fomentar l'efecte Magnus. És el model d'explicació teòrica del moviment d'una pilota en vol més acceptat actualment, encara que continua havent-hi variacions per les capes límits. Tanmateix, en aquest treball no s'utilitzarà aquest efecte per falta de material per calcular la velocitat angular. (ANNEX 3)

4. PART EXPERIMENTAL

4.1 Tracker

El Tracker és un programari que permet l'anàlisi de vídeos sobre els moviments d'un cos o més en una o dues dimensions. Consisteix en l'anàlisi de diferents posicions de l'objecte en un interval de temps i calcular les velocitats instantànies, acceleracions i altres magnituds, també permet extreure taules i gràfics dels resultats. (ANNEX 1)

4.2 Mètode d'Euler ^[3]

El mètode d'Euler és un mètode d'aproximació per les equacions diferencials, calculant valors aproximats amb els valors inicials donats.

Una equació diferencial és aquella que conté una funció desconeguda i una o més derivades d'aquesta funció.

Suposem una equació diferencial amb el seu valor inicial:

$$y' = x + y \qquad y(0) = 1$$

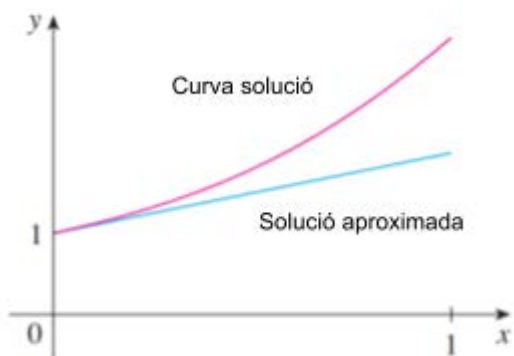
Aquesta equació diu que:

$$y'(0) = 0 + 1 = 1$$

Per tant, el resultat de l'equació té el pendent 1 que inicia des del punt (0 , 1), com es pot veure a la figura 1.

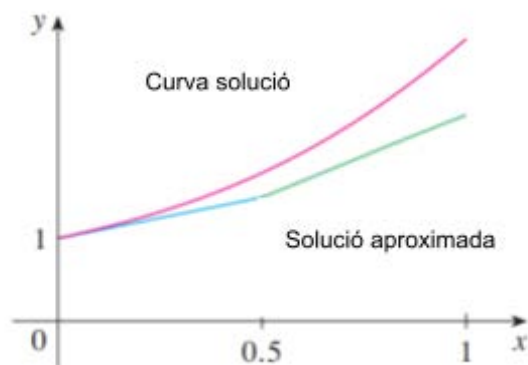
I el mètode d'Euler consisteix a millorar aquesta solució aproximada, canviant la direcció de la línia a la meitat de la trajectòria, i així corregir la solució. La trajectòria recorreguda entre els dos canvis de direcció rep el nom de grandària de pas (h), que en el nostre cas, serà el temps (t).

A la figura 2 es pot veure com canvia la solució si la grandària de pas és de 0,5, i a la figura 3, amb una grandària de pas de 0,25. A la figura 4, es mostren les diferents solucions amb diferents grandàries de pas.



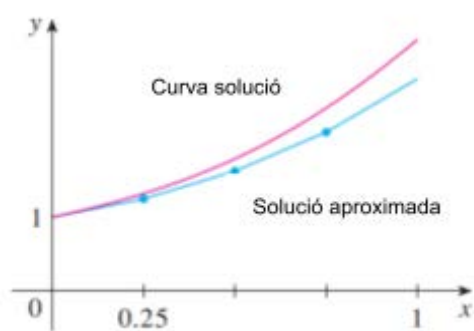
Figura

Figura 1: Curva solució amb pendent = 1



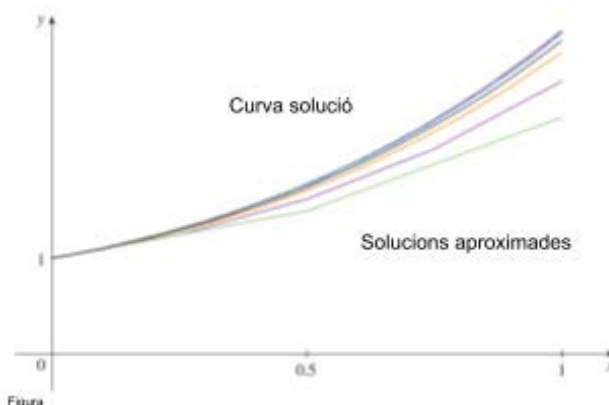
Figura

Figura 2: Curva solució amb $h = 0,5$



Figura

Figura 3: Curva solució amb $h = 0,25$



Figura

Figura 4: Curva solució amb diferents h

La solució es pot calcular amb la següent fórmula:

$$y_n = y_{n-1} + hF(x_{n-1}, y_{n-1})$$

on n és qualsevol nombre natural.

Tot i que aquest mètode permet resoldre les equacions diferencials, en ser un mètode d'aproximació, sempre hi ha errors, que augmenten a mesura que hi hagi més càlculs. Però com que són errors del mètode, els podem tolerar.

4.3 Càlculs numèrics

Després d'entendre com funcionen el Tracker i el mètode d'Euler, ja podem començar a calcular la trajectòria teòrica de la pilota per cada condició que està sotmesa: força, angle de la pala i efectes.

Per fer-lo, tenim diferents equacions:

$$\text{Equació 1:} \quad v_x(t) = v_{x0} + a_x \cdot t$$

$$\text{Equació 2:} \quad v_y(t) = v_{y0} + a_y \cdot t$$

$$\text{Equació 3:} \quad x(t) = x_0 + v_x \cdot t$$

$$\text{Equació 4:} \quad y(t) = y_0 + v_y \cdot t$$

Però com es pot veure, per calcular les velocitats, necessitem saber l'acceleració. En el cas ideal, a l'eix x no n'hi ha perquè és MRU, i a l'eix y només actua la gravetat. Tanmateix, nosaltres també incloem la resistència de l'aire, que fa que en els dos eixos hi actua una acceleració negativa que depèn de la velocitat, ja que el fregament de l'aire depèn d'ella. Aquesta fricció es pot calcular amb la següent fórmula:

$$F_D = \frac{1}{2} \rho C_D A v^2$$

on:

- F_D és la força de resistència, en newtons
- ρ és la densitat de l'aire (1,225 kg/m³)
- C_D és el coeficient de resistència (depèn de la forma i superfície de l'objecte)
- A és l'àrea frontal de l'objecte, en m²
- v és la velocitat, en m/s

Segons la 2a Llei de Newton, la força és directament proporcional al producte de la massa i acceleració:

$$F = ma$$

Aïllem l'acceleració:

$$a = \frac{F}{m}$$

Com que la força de resistència de l'aire és l'única que hi actua, llavors podem substituir la F per F_D . I com que la força actua en la mateixa direcció, però sentit oposat que el moviment, serà negatiu:

Equació 5:

$$a = \frac{-F_D}{m} = \frac{-\frac{1}{2}\rho C_D A v^2}{m}$$

on m és la massa (0,0027 kg)

Aquesta acceleració serà la que hi actua al principi de la trajectòria, per tant, depèn de la velocitat inicial.

El coeficient de resistència per una esfera és de 0,1 si té superfície llisa i 0,48 si en té rugosa. Per escollir quina és la millor, ho comprovarem amb els càlculs posteriors.^[4]

Ara ens falta saber l'àrea frontal de la pilota. Tenim la fórmula de la superfície d'un cercle:

$$A = \pi r^2$$

El radi de la bola és de 0,002 m. Substituïm a la fórmula:

$$A = \pi \cdot 0,002^2 \approx 0,0000126 \text{ m}^2$$

Per tant, sabem que la superfície frontal de la bola és de 0,0000126 m².

Ja tenim totes les dades i equacions, ara hem de definir l'equació diferencial per a aplicar el mètode d'Euler.

Revisant les equacions que n'hem definit anteriorment, no hem trobat cap que té característiques d'una equació diferencial: una funció desconeguda i una o més de les seves derivades.

Buscant per Internet sobre la definició de l'acceleració, vaig trobar que l'acceleració és una variació de la velocitat en el temps, i es pot definir de la següent manera^[5] :

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Per tant, ja tenim l'equació diferencial que necessitem per calcular la trajectòria:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-\frac{1}{2}\rho C_D A v^2}{m}$$

A continuació, el que farem serà calcular la velocitat, i les posicions, x i y , finals que hi haurà al final de cada grandària de pas.

Però amb això no és suficient. En ser un esport competitiu, també hem de tenir en compte la quantitat de boles que entren a la taula. Així doncs, també treure el percentatge de boles bones per cada itinerari.

4.4 PLA o sense efecte

[...]

4.5 EFECTE LIFTAT o topspin

[...]

4.6 BLOQUEIG

[...]

5. RESULTATS I COMPARACIÓ

5.1. Cas real:

[...]

5.2. Cas teòric:

[...]

5.3 Comparativa entre el cas real i el cas teòric

[...]

6. CONCLUSIONS

Després de fer tot el treball, he pogut resoldre les meves preguntes i verificar les hipòtesis. Anem analitzant cada una d'elles.

La primera pregunta i la seva hipòtesi

Es pot explicar de forma raonada les tècniques de tennis de taula amb física?

Potser amb recerca, es pot trobar informació que expliqués com es calcula el comportament de la pilota en l'aire.

Després de les recerques, podem dir que la hipòtesi és vertadera, ja que hem pogut trobar informació sobre les influències que pot haver sofert la pilota i fórmules que ens permet calcular el moviment de la pilota.

[...]

La segona pregunta amb les hipòtesis

Quina és la posició i la força òptimes per tornar les boles?

Potser si per atacar colpejo la pilota amb més força i amb un angle més agut, les boles tornen de la millor manera.

Potser si per defensar poso la pala amb un angle més agut com més ràpid ve la bola, millor serà la tornada.

Per respondre aquesta pregunta hem fet vídeos i els hem analitzat amb el programari Tracker.

Després de fer tot això, podem dir que la primera hipòtesi és falsa. [...]

I la segona hipòtesi podem dir que és verdadera. [...]

La tercera pregunta i la seva hipòtesi

Es pot utilitzar física per predir les posicions de la pilota durant la trajectòria en la realitat?

Potser si aplico la teoria física i les fórmules corresponents, puc predir les posicions de la bola.

[...] Com a conseqüència, podem dir que no hem pogut respondre a la pregunta ni verificar la hipòtesi, ja que no s'ha pogut fer càlculs que pot justificar-la o refutar-la.

Com a conclusió final, en aquest treball de recerca, hem pogut trobar les fórmules i calcular els moviments d'una pilota de tennis de taula en l'aire

7. PROPOSTES DE MILLORA

Durant l'elaboració d'aquest treball, vam veure que en alguns aspectes encara podem millorar, però que no vam tenir l'oportunitat de fer-lo.

En el tema d'eines, el més important de tots és fer l'anàlisi de vídeos amb una màquina que permet calcular la variació de la velocitat angular durant la trajectòria, per a poder aplicar la fórmula de l'efecte Magnus i calcular aquesta força, addicional però molt important. I així, poder verificar l'última hipòtesi.

Una altra cosa que es podria millorar d'aquest treball és trobar un espai més gran i una eina de gravació amb més resolució. Quan estàvem analitzant els vídeos, ens vam adonar que l'espai era reduït i la qualitat del vídeo no era molt bona.

Cal esmentar que en tenir una resolució més gran permet analitzar les trajectòries de manera més precisa. Moltes vegades quan intentem analitzar, les boles eren massa ràpides que deixaven una línia blanca, i quan xoca contra la pala, no es pot determinar quin és el punt d'inici perquè té un extrem després de xoc i l'altre abans del xoc.

Per l'altra banda, en el tema de continguts, es podria fer anàlisis de les tècniques per fer front a l'efecte lateral i tallat, trobar quina és la forma òptima de posar la pala perquè pugui tornar bé les boles.

8. AGRAÏMENTS

Vull donar les gràcies a totes aquelles persones que m'han ajudat en el TREC. Sobretot la meva tutora Ana de la Torre per donar-me instruccions i guiar-me a l'hora de fer el treball; i al meu entrenador Álvaro Barreneche per haver dedicat part del seu temps per ajudar-me a fer els vídeos.

Gràcies.

9. BIBLIOGRAFIA

9.1 Fonts de consulta

[4]<AA. VV. (2025, 29 mayo). *Coeficiente de resistencia*. Wikipedia, la Enciclopedia Libre. https://es.wikipedia.org/wiki/Coeficiente_de_resistencia> [consulta: 22 de juny de 2025]

[1]Federación Nacional de Tenis de Mesa de Guatemala. (n.d.). *Historia, reglas y Campos de Juego*. FNTMG. <https://fntmg.com.gt/historia-reglas-y-campos-de-juego/>> [consulta: 13 d'agost de 2025]

[5]<Leskow, E. C. (2025, 17 mayo). *Aceleración - Concepto, fórmula y ejemplos*. Concepto. <https://concepto.de/aceleracion/>> [consulta: 29 d'agost de 2025]

[2]<Miglietti, R. (2006, June). *Aerodinámica de la pelota de tenis de mesa*. Real Federación Española de Tenis de Mesa (RFETM). http://www.rfetm.es/documents/cytm/Aerodinamica_de_la_pelota_de_tenis_de_mesa.pdf> [consulta: 30 de gener de 2025]

[3]<Stewart, J. (2012b). Capítulo 9 ECUACIONES DIFERENCIALES. *Cálculo de una variable: Trascendentes Tempranas (7a. Ed.)* (pp. 589–590). essay, CENGAGE Learning.> [consulta: 15 de juliol de 2025]

9.2 Fonts d'imatges i figures

Imatge 1: <https://www.jocsalairelliure.cat/tennis-taula-exterior-starke>

Imatge 2: <https://fntmg.com.gt/historia-reglas-y-campos-de-juego/>

Imatge 3: Llibre *Física de 1r de Batxillerat*, editorial McGraw Hill

Imatge 4: Tracker. Elaboració pròpia

Imatge 5: Tracker. Elaboració pròpia

Figura 1: Llibre *Cálculo de una variable: Trascendentes Tempranas*, J. Stewart, editorial CENGAGE Learning.

Figura 2: Llibre *Cálculo de una variable: Trascendentes Tempranas*, J. Stewart, editorial CENGAGE Learning.

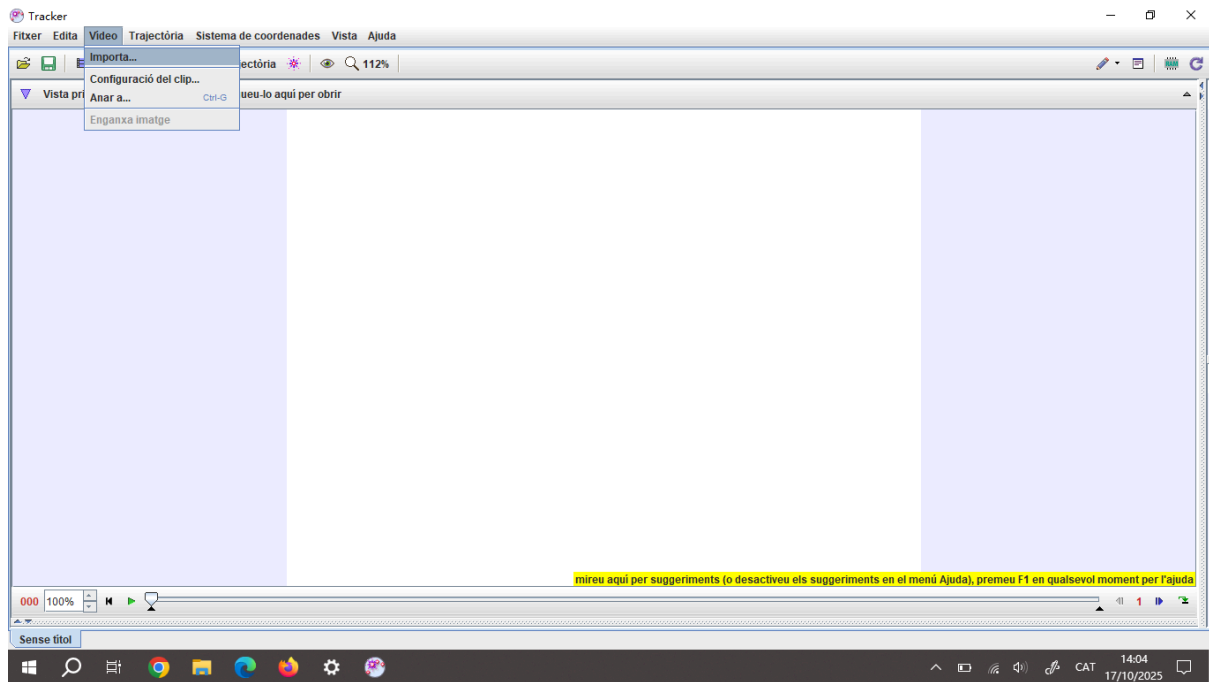
Figura 3: Llibre *Cálculo de una variable: Trascendentes Tempranas*, J. Stewart, editorial CENGAGE Learning.

Figura 4: Llibre *Cálculo de una variable: Trascendentes Tempranas*, J. Stewart, editorial CENGAGE Learning.

ANNEX 1

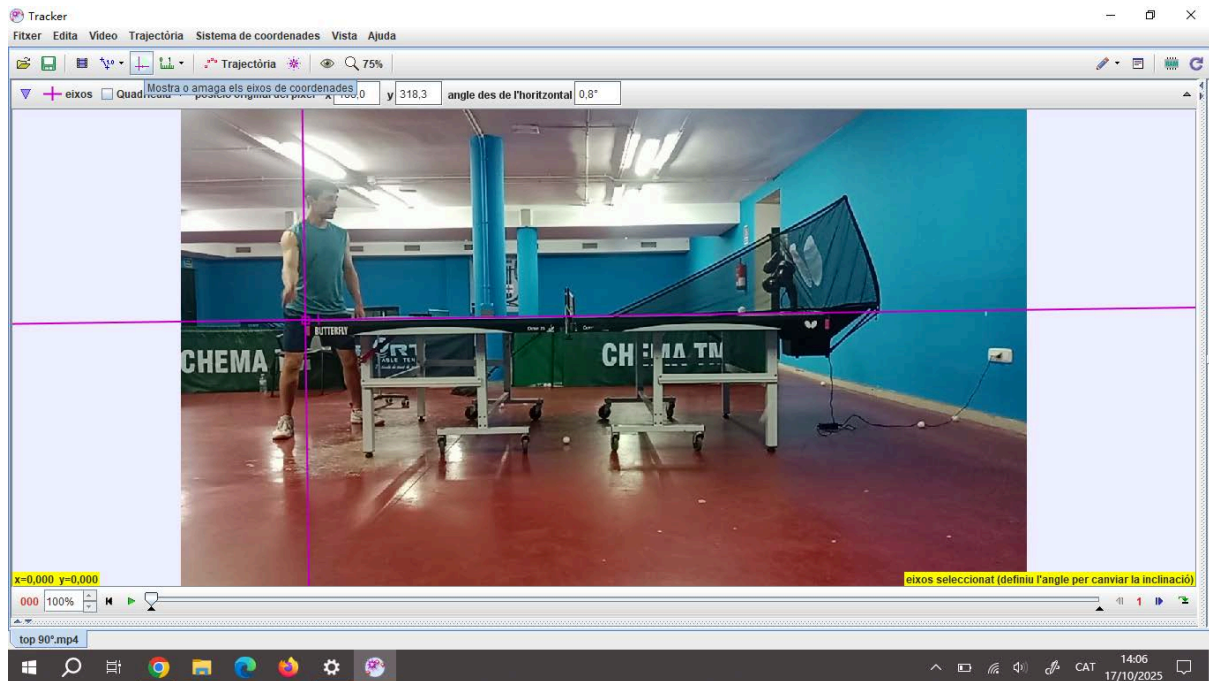
Per fer servir el Tracker, cal seguir els següents passos:

1. Importar el vídeo que es vol analitzar:



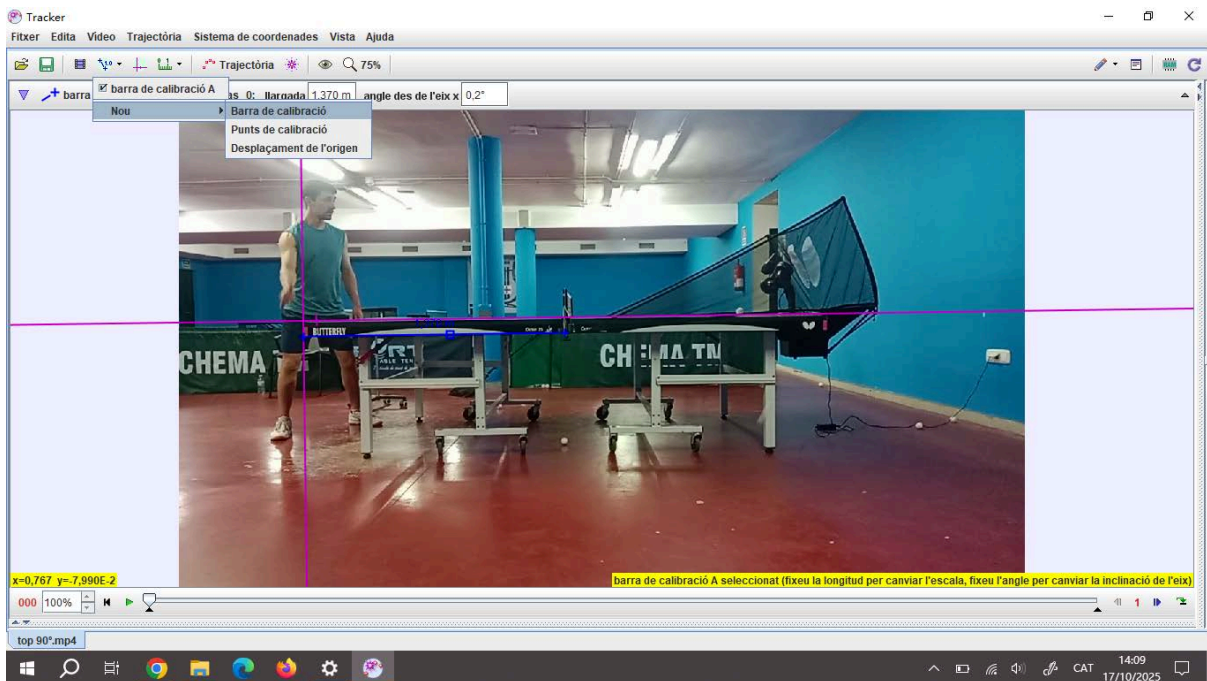
Font: Elaboració pròpia

2. Afegir els eixos de coordenades i posar-los al punt on es vol:



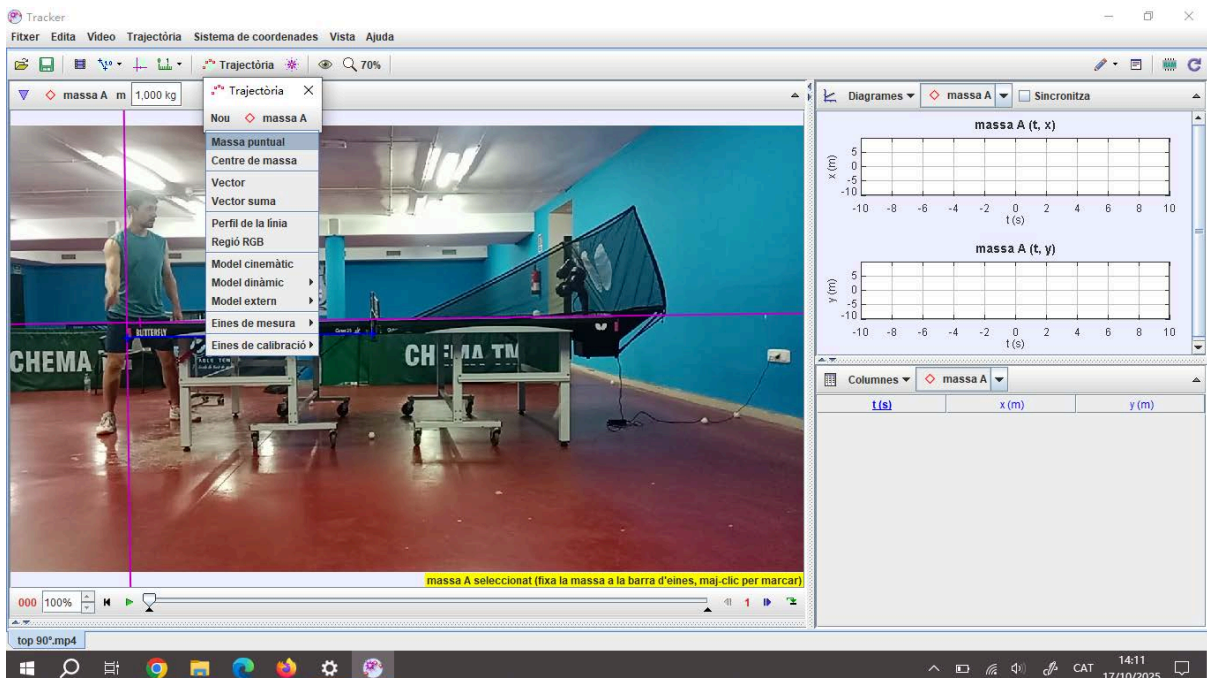
Font: Elaboració pròpia

3. Definir la barra de calibració amb la longitud i valor corresponents:



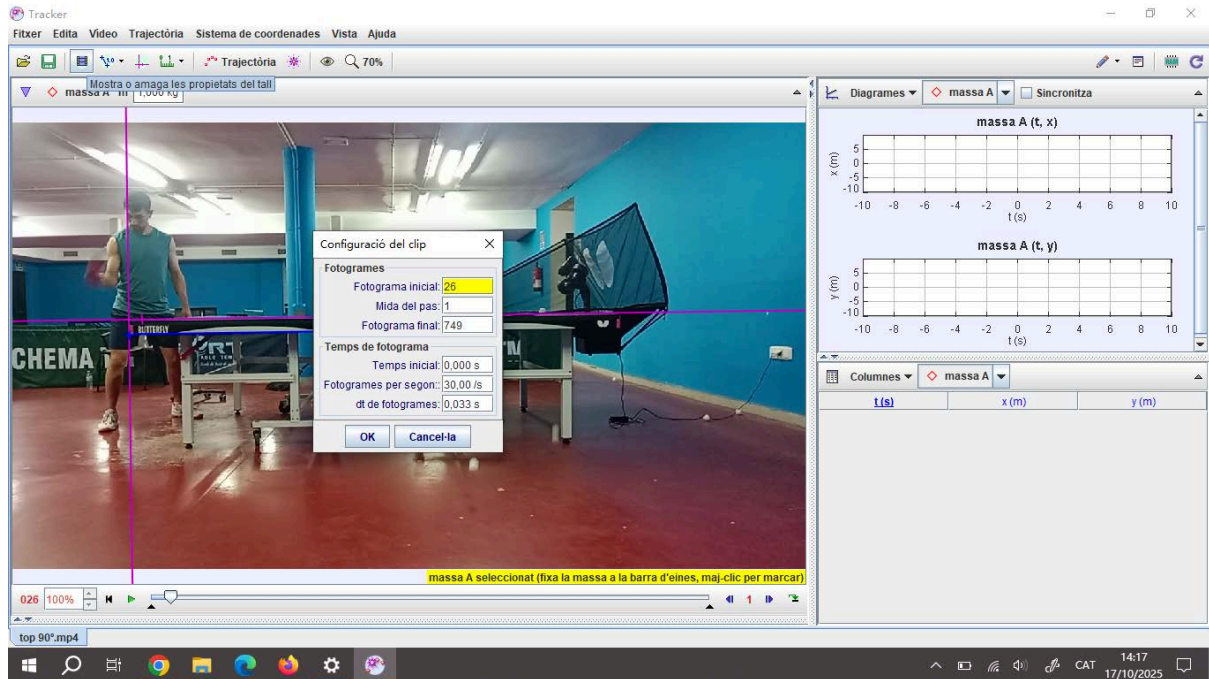
Font: Elaboració pròpia

4. Crear la massa puntual. Quan ja està creat, apareixerà dues gràfiques a dalt dreta que estan en funció del temps i avall dreta una taula de valors:



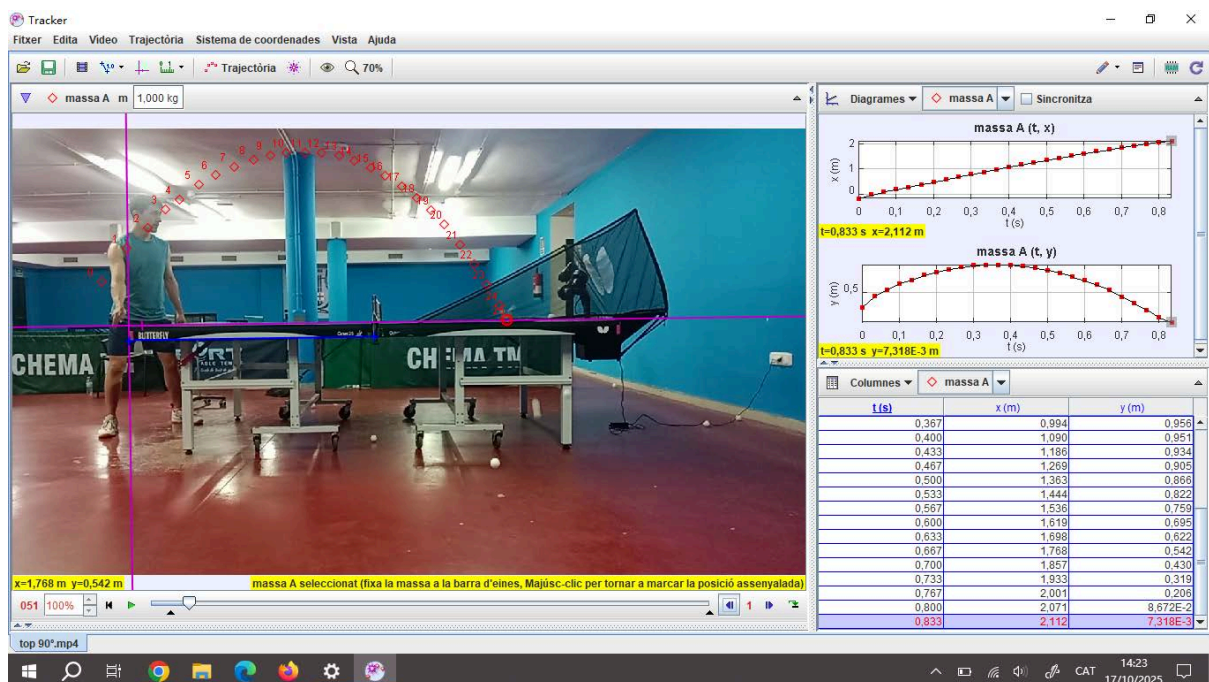
Font: Elaboració pròpia

5. Trobar el *frame* just quan comença el moviment i establint aquest com a *frame* inicial.



Font: Elaboració pròpia

6. Apertant el teclat Shift, i amb el clic esquerre, anar definint les posicions de la pilota. Mentre es va definint, a les funcions i la taula va apareixent valors corresponents a les posicions definides.



Font: Elaboració pròpia

7. Després, fer un clic dret a sobre de la taula i donar a on posa "Analisar"

The screenshot shows the Tracker software interface. On the left, a video of a person on a table is displayed with a red trajectory of a projectile. The main window shows a data table with columns for time (t), horizontal position (x), and vertical position (y). A context menu is open over the data table, and the 'Analisar' option is selected. The graphs on the right show the trajectory data.

t (s)	x (m)	y (m)
0.367	0.994	0.956
0.400	1.090	0.951
0.433	1.186	0.934
0.467	1.289	0.905
0.500		0.866
0.533		0.822
0.567		0.759
0.600		0.695
0.633		0.622
0.667		0.542
0.700		0.430
0.733		0.319
0.767		0.206
0.800		8.672E-2
0.833		7.318E-3

Font: Elaboració pròpia

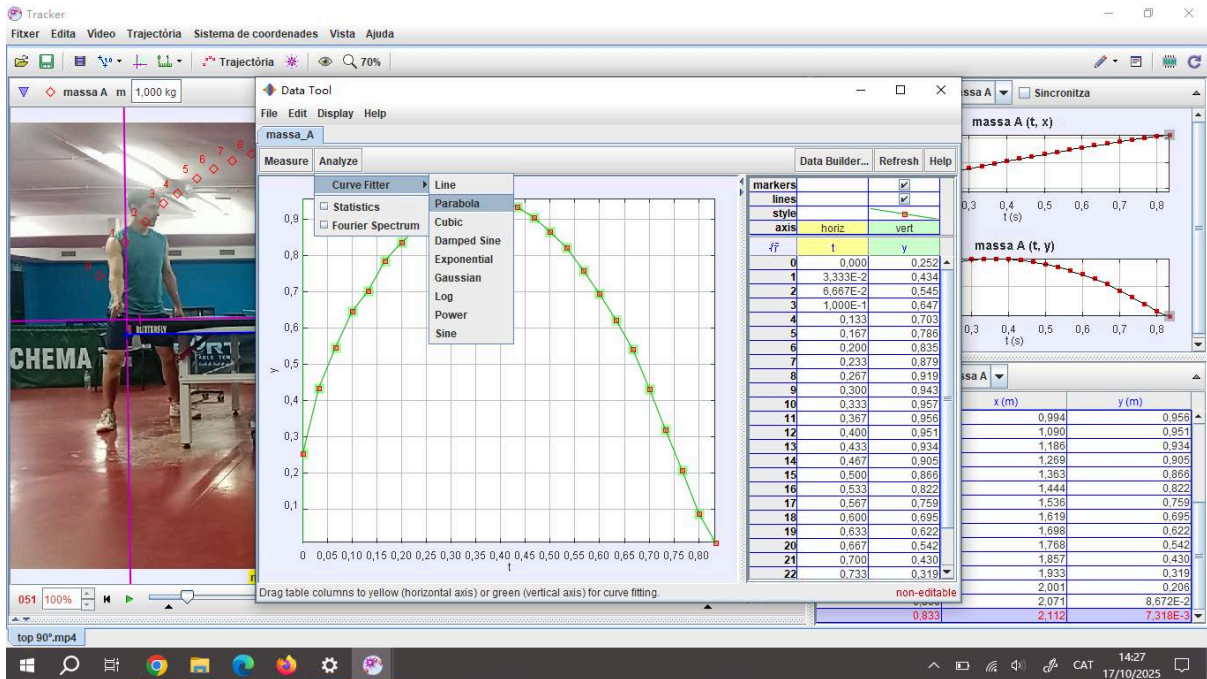
8. I s'obre una nova pestanya. Al costat dret ens apareixen diferents columnes. Treiem els que no ens interessin:

The screenshot shows the Tracker software interface with the 'Data Builder' window open. The 'Data Builder' window displays a list of markers and their corresponding data points. The 'Data Builder' window is used to manage the data columns. The main window shows the video and the data table.

markers	t	x	y
0	0.000	0.252	
1	3.333E-2	0.434	
2	6.667E-2	0.545	
3	1.000E-1	0.647	
4	0.133	0.703	
5	0.167	0.786	
6	0.200	0.835	
7	0.233	0.879	
8	0.267	0.919	
9	0.300	0.943	
10	0.333	0.957	
11	0.367	0.956	
12	0.400	0.951	
13	0.433	0.934	
14	0.467	0.905	
15	0.500	0.866	
16	0.533	0.822	
17	0.567	0.759	
18	0.600	0.695	
19	0.633	0.622	
20	0.667	0.542	
21	0.700	0.430	
22	0.733	0.319	

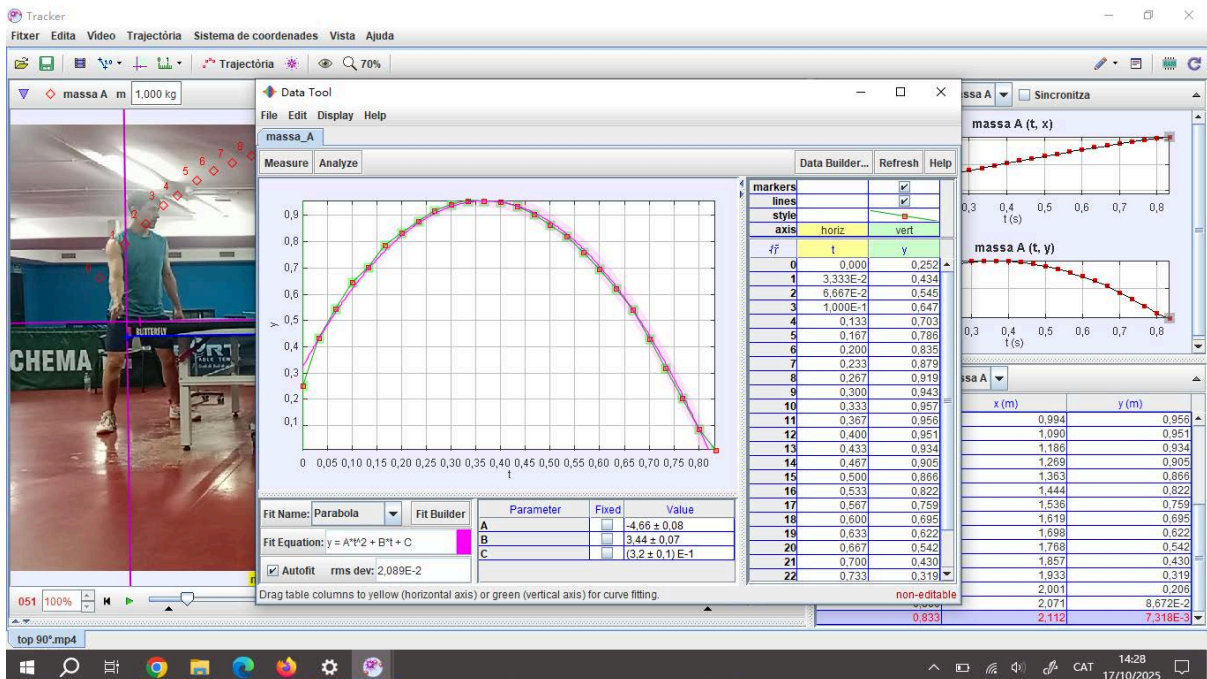
Font: Elaboració pròpia

9. Cliquem damunt del botó “Analyze”, després “Curve Fitter” i escollir l’opció “Parabola”.



Font: Elaboració pròpia

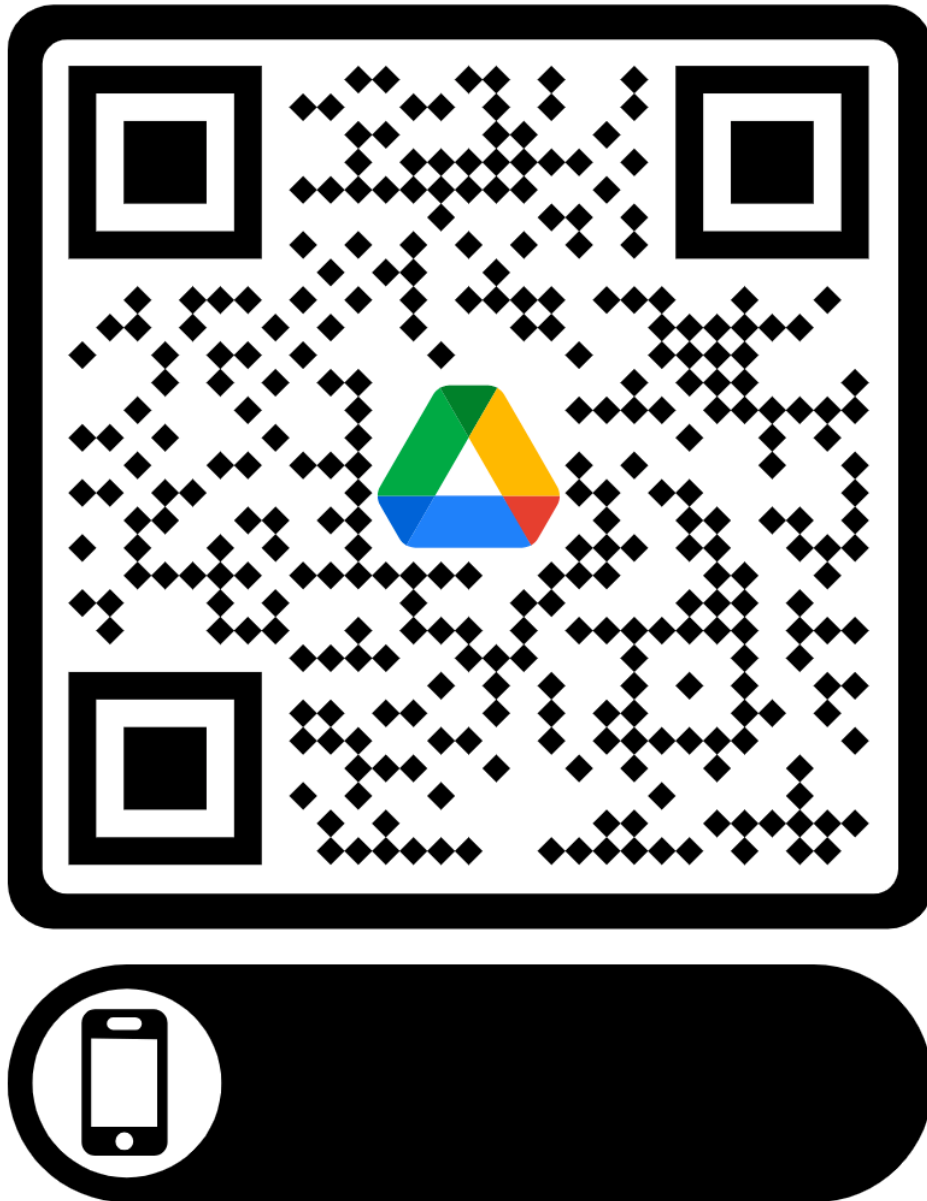
10. Amb l’actualització nova de la pestanya, abaix de tot surten els valors de l’equació que defineix la funció. I amb aquests valors es fa tots els càlculs:



Font: Elaboració pròpia

ANNEX 2

Els vídeos de les trajectòries i els efectes:



Font: Elaboració pròpia

ANNEX 3

La fórmula de la força Magnus es calcula de la següent manera:

$$F_M = C_M \cdot \rho \cdot A \cdot v \cdot w$$

on:

- C_M és el coeficient Magnus que depèn de la forma i superfície de l'objecte
- ρ és la densitat de l'aire
- A és l'àrea frontal d'objecte
- v és la velocitat lineal respecte el fluid
- w és la velocitat angular